UNIVERSITÉ CÔTE D'AZUR

Cédric Richard

Systèmes linéaires invariants dans le temps

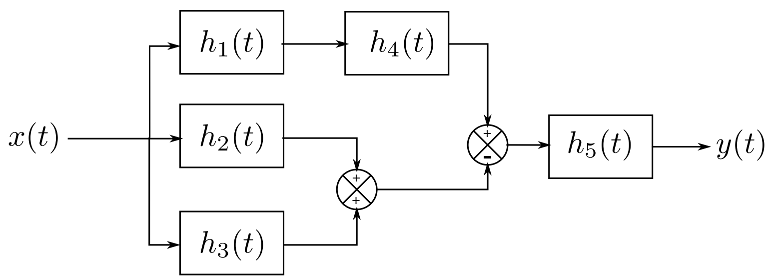
Exercice 1 : produit de convolution

Évaluer graphiquement la convolution entre deux portes rectangulaires $\Pi_T(t)$.

1. Soit $y(t) = x(t) * h(t)$. Montrer que $x(t-t_1) * h(t-t_2) = y(t-t_1-t_2)$.
2. Soit $x(t)$ et $y(t)$ deux signaux causaux. Montrer que l'intégrale $x(t) * y(t)$ s'évalue sur un intervalle borné.
3. Soit $y(t) = x(t) * h(t)$ un SLIT. Pour chacun des systèmes et signaux d'entrée suivants, tracer $x(t)$ et $h(t)$. Calculer et tracer le signal de sortie $y(t)$.
   (a) $x(t) = \Gamma(t)$ et $h(t) = e^{-at}\Gamma(t)$ avec $a > 0$.
   (b) $x(t) = e^{-at}\Gamma(t)$ et $h(t) = \delta(t+1) - \delta(t) + 2\delta(t-2)$ avec $a > 0$.
   (c) $x(t) = \Pi_T(t)$ et $h(t) = \Pi_T(t - T/2)$.
   (d) $x(t) = e^{-a|t|}$ et $h(t) = e^{-2(t+1)}\Gamma(t+1)$

Exercice 2 : schéma bloc

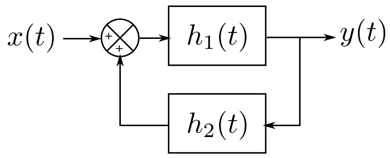
Soit le système suivant où les $h_i(t)$ désignent les réponses impulsionnelles de systèmes linéaires invariants dans le temps.



1. Donner la réponse impulsionnelle équivalente $h(t)$ du système en fonction des $h_i(t)$.
2. Représenter les réponses impulsionnelles $h_i(t)$ suivantes :
   - $h_1(t) = e^{-t}\Gamma(t)$
   - $h_2(t) = \Pi_1(t - 1/2)$
   - $h_3(t) = -\Pi_1(t - 3/2)$
   - $h_4(t) = \delta(t-2)$
   - $h_5(t) = \delta(t-1)$
3. Calculer et tracer $h(t)$ pour les systèmes définis précédemment.

Exercice 3 : schéma bloc

Soit le système suivant où $h_1(t)$ et $h_2(t)$ sont les réponses impulsionnelles de systèmes linéaires invariants dans le temps.



1. Déterminer $g_x(t)$ et $g_y(t)$ tels que $y(t) * g_y(t) = x(t) * g_x(t)$.
2. Déterminer la relation entre $y(t)$ et $x(t)$ pour
   - $h_1(t) = \delta(t-1)$
   - $h_2(t) = K$ avec $K < 0$

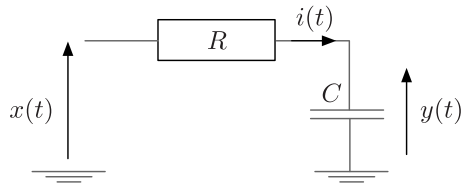
Exercice 4 : filtre moyenneur

On veut étudier la réponse d'un filtre moyenneur. Le filtre moyenneur est défini par la réponse impulsionnelle $h(t) = \Pi_T(t - T/2)$.

- Déterminer si le filtre est causal.
- Calculer la sortie du système pour les entrées suivantes :
  1. $x_1(t) = \Gamma(t)$.
  2. $x_2(t) = \cos(2\pi f_0 t)$
- Mettre la sortie associée à l'entrée $x_2(t)$ sous la forme $y(t) = A(f_0)\cos(2\pi f_0 t + \phi(f_0))$.
- Interpréter les fonctions $A(f_0)$ et $\phi(f_0)$ et déterminer à quoi elles correspondent pour la fonction de transfert.
- Tracer $|A(f_0)|$ en fonction de f_0 pour $T = 1$. Même question pour $\phi(f_0)$.

Exercice 5 : système électronique du premier ordre

On veut étudier la réponse impulsionnelle d'un système électronique de type RC.



La sortie $y(t)$ est la tension aux bornes du condensateur tandis que l'entrée $x(t)$ est la tension aux bornes de la résistance et du condensateur.

- Déterminer l'équation différentielle à coefficients constants du système.
- Résoudre l'équation pour une entrée de type échelon d'Heaviside : $x(t) = \Gamma(t)$.
- Calculer la réponse impulsionnelle du système.
  Rappel : $h(t) = \frac{dy(t)}{dt}$ quand $x(t) = \Gamma(t)$