Théorie et codage de l'information

Examen final

Documents interdits
Calculatrices inutiles

Nom : ____________________

Prénom : ____________________

Signature : ____________________

Exercice 1 ($\sim$5 pts)

1. Quel est le principe de l'opération de quantification. Exposer les principes de la quantification par arrondi et de la quantification par troncature. A quoi correspond l'erreur de quantification.

2. Quand est-ce qu'une opération de compression est dite irréversible ? Citez un exemple.

3. Compte-tenu de ce phénomène d'irréversibilité, que peut-on considérer comme limite pour la compression du son et des images ?

4. Donner l'enchaînement des opérations mises en oeuvre par un algorithme de compression JPEG.

5. En matière de compression vidéo, quels sont les 3 axes exploités pour réduire le débit binaire ?

Exercice 2 ($\sim$6 pts)

Soit $\mathcal{L}$ un code linéaire binaire défini par la matrice génératrice suivante :

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

1. Que signifie «le code $\mathcal{L}$ est sous forme systématique» ? Quel est l'intérêt de cette représentation ?

2. Déterminer tous les mots du code.

3. Quelles sont les valeurs des paramètres de ce $[n, k, d]$-code ? En justifiant votre réponse, donner le nombre d'erreurs que peut détecter et corriger ce code.

4. Le mot $m = 1100101$ a été reçu. Calculer le syndrome de m. En déduire que m n'est pas un mot du code en justifiant votre réponse.

5. Calculer le tableau de décodage par syndrome et décoder le mot m en expliquant la procédure.

6. Le mot 0010101 a été émis et l'on reçoit $m' = 1011101$. Calculer le syndrome de m' puis, à l'aide du tableau élaboré à la question précédente, décoder m'. Expliquer clairement le résultat obtenu.

Exercice 3 ($\sim$3 pts)

Soit $\mathcal{C}$ un code cyclique binaire de longueur n et de polynôme générateur $g(x) = 1 + x$.

1. Calculer le polynôme de contrôle $h(x)$ correspondant.

2. Déterminer la matrice de contrôle de $\mathcal{C}$ en justifiant la réponse.

3. En déduire que tous les mots du code sont de poids pair.

Exercice 4 ($\sim$3 pts)

Soit $\mathcal{C}$ un code binaire de matrice génératrice suivante :

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Montrer que $\mathcal{C}$ est un code cyclique, dont on précisera le polynôme générateur $g(x)$.

2. Calculer le polynôme de contrôle $h(x)$.

3. Calculer la matrice de contrôle H du code $\mathcal{C}$.

4. A l'aide d'un calcul sur les polynômes et d'une justification précise, déterminer si $m = 0011010$ est un mot de $\mathcal{C}$. Même question avec le mot $m' = 1001110$.

Exercice 5 ($\sim$3 pts)

1. Chercher un polynôme $f(x)$ de degré 2 irréductible sur $\mathbf{F}_2$.

2. Construisez $\mathbf{F}_4$ à l'aide de $f(x)$, avec ses tables d'addition et de multiplication.

3. Que différencie $\mathbf{F}_4$ de $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$?