

## Codes cycliques

**Exercice 1**

Soit  $\mathcal{C}$  le code cyclique binaire de longueur 7, de polynôme générateur  $g(x) = 1 + x + x^3$ . Donner la matrice génératrice de ce code sous forme systématique. Construire les mots de ce code et en déduire  $d(\mathcal{C})$ .

**Exercice 2**

Montrer que  $g(x) = 1 + x + x^3 + x^7 + x^{15}$  engendre un code cyclique de dimension 16 et de longueur 31.

**Exercice 3**

Montrer que  $m(x) = 1 + x + x^6 + x^{11} + x^{12}$  est un mot d'un code cyclique de dimension 21 et de longueur 31.

**Exercice 4**

Soit  $\mathcal{C}$  un code cyclique binaire de longueur 7 dont le polynôme générateur est  $g(x) = 1 + x + x^3$ . Calculer le polynôme de contrôle de  $\mathcal{C}$  et en déduire une matrice de contrôle.

**Exercice 5**

Soit  $\mathcal{C}$  le code engendré par  $1 + x$  dans  $\mathbf{F}_2[x]/\langle x^3 - 1 \rangle$ . Montrer que  $1 + x^2$  engendre le même code  $\mathcal{C}$ .

**Exercice 6**

Trouver le polynôme générateur du code cyclique binaire

$$\mathcal{C} = \{0, 1 + x^2, x + x^3, 1 + x + x^2 + x^3\}.$$

**Exercice 7**

Déterminer tous les codes binaires cycliques de longueur 4.

**Exercice 8**

Déterminer tous les codes binaires cycliques de longueur 5.

**Exercice 9**

Soit  $\mathcal{C}$  un code binaire cyclique de longueur  $n$  et de polynôme générateur  $(1 + x)$ . Montrer que les mots de ce code sont de poids pair.